Cédric Lecouvey, Professeur **Tours, le 28/12/2009**
Laboratoire de Mathématiques et Physique Théorique
Université François Rabelais, parc de Grandmont 37200 TOURS

Lettre de recommandation pour la candidature de Jonathan Chappelon

Jonathan Chappelon a soutenu sa thèse de doctorat en novembre 2008 au sein du Laboratoire de Mathématique de l'Université du Littoral Nord de France. Il s'agissait de l'aboutissement de trois années d'un travail sérieux et productif. La thématique de recherche de Jonathan Chappelon est centrée sur la combinatoire algébrique, en lien avec des problèmes d'arithmétique, de théorie des graphes et l'étude de certains automates cellulaires linéaires. Ce travail, briévement évoqué dans les paragraphes suivants, a déjà donné lieu à deux publications dans des journaux internationaux à comité de lecture ainsi qu'à la rédaction et la soumission de deux articles.

Dans son premier article paru dans Discrete Mathematics, Jonathan Chappelon donne une preuve très courte d'un résultat de Dymacek caractérisant les matrices d'adjacence des graphes de Steinhaux réguliers pairs. Ce sont les graphes ayant des sommets de degrés pairs dont la matrice d'adjacence est symétrique, à coefficients dans $\{0,1\}$ ne contenant que des 0 sur la diagonale et telle que sa partie supérieure stricte soit déterminée par sa première diagonale à l'aide de la règle

$$a_{i,j} = a_{i-1,j-1} + a_{i-1,j}. \tag{1}$$

L'article étudie également le cas des graphes de Steinhaus réguliers impairs en développant des méthodes nouvelles qui permettent notamment de vérifier la conjecture de Dymacek (*le seul graphe de Steinhaus régulier impair est le graphe complet à deux sommets*) pour les graphes ayant jusqu'à 1500 sommets.
La partie supérieure des matrices d'adjacences des graphes de Steinhaus réguliers constitue un triangle de Steinhaus. Cette notion s'étend naturellement si l'on considère des coefficients dans $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Les triangles obtenus sont définis à partir de leur première ligne de longueur $m-1$ et grâce à la relation (1). Molluzzo a posé le problème de l'existence de tels triangles balancés, c'est-à-dire où chaque élément de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ apparaît avec la même multiplicité. Il est alors clair que la condition n divise $\binom{m}{2}$ est nécessaire. Pour $n=2$, Steinhaus a montré qu'elle était suffisante. Le problème de Molluzzo consiste à savoir si la condition n divise $\binom{m}{2}$ suffit à assurer l'existence d'une suite balancée de longueur $m-1$. Dans son deuxième article, Jonathan Chappelon prouve que c'est bien le cas lorsque $n = 3^k$ avec k un entier positif. Ce problème de Molluzzo, bien que sa formulation soit simple, s'avère très difficile à résoudre dans le cas $n \neq 2$. Une des idées clef de l'article est l'introduction de triangles de Steinhaus engendrés par des progressions

arithmétiques subtilement choisies. Ces progressions permettent également de démontrer, pour tout n impair, l'existence de triangles de Steinhaus balancés pour une infinité de longueurs $m-1$. Noter que le cas $n \neq 2$ pair semble encore hors de portée, l'existence d'une infinité de solutions y est même inconnue. Les progressions arithmétiques évoquées ci-dessus font apparaître deux fonctions arithmétiques α_n et β_n définies sur l'ensemble des entiers a copremiers avec n et renvoyant respectivement l'ordre et l'ordre projectif de a^n modulo n. L'étude de ces fonctions naturelles fait l'objet d'un premier article soumis. Dans un deuxième article actuellement en relecture, Jonathan Chappelon résoud le problème de Molluzzo pour $\frac{2}{3}$ des longueurs $m-1$ admissibles lorsque $n = p^k$ est la puissance d'un entier premier impair.

Il s'agit là d'un travail extrêmement solide sur un domaine se situant à l'intersection de plusieurs thèmes centraux en combinatoire algébrique. Jonathan Chappelon a su faire preuve de beaucoup d'initiative. Son approche des problèmes évoqués est à la fois nouvelle et originale. Elle témoigne également de connaissances solides en algèbre et en combinatoire mais aussi d'une grande maîtrise dans l'utilisation de méthodes expérimentales et d'outils de programmation, indispensables à l'étude de ce type de problèmes. Le programme de recherche qu'il propose me semble à la fois cohérent et intéressant. J'ajouterai enfin que Jonathan Chappelon possède également les qualités pédagogiques lui permettant de communiquer sa passion pour la résolution effective de problèmes mathématiques. Je soutiens donc sans réserve sa candidature au sein des organismes de recherche où il postulera.

Cédric Lecouvey